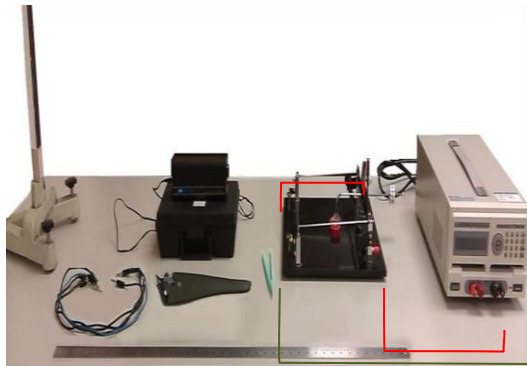


實驗 14 電流天平與勞倫茲電磁力



(a)



(b)

實驗儀器架設圖：(a)電流天平實驗；(b)勞倫茲電磁力實驗

關鍵詞：電流天平、勞倫茲力、光槓桿、電流與磁場的作用、載流導線間作用力

Keywords: Current balance, Lorentz force, optical lever, interaction between current and magnetic field, interaction between two parallel conducting wires

一、目的

1. 觀察勞倫茲作用力(Lorentz force)

- (1) 利用電子天平(電子秤)測量流經導線之電流與外在磁場間的關係。
- (2) 並探討影響勞倫茲力大小和方向的因素，如載流導線所載電流的大小、載流導線在磁場中的長度、磁場強度的影響等等。
- (3) 藉由測量此作用力的關係，了解磁場的測量單位。
- (4) 探究如何利用所得的勞倫茲作用力與磁場的變化關係，度量未知的磁場強度。

2. 觀察兩條平行載流導線間的作用力

- (1) 利用電流天平裝置觀察兩平行載流導線間的電磁作用力。
- (2) 並探討作用力大小和電流大小與導線間距離的變化關係。
- (3) 利用所得關係式，可測量其他兩導線的作用力，以推算出導線上流通之電流的大小和方向。其實，電流的國際標準單位即是以此方式定義而得的。
- (4) 依上述實驗結果，反之可亦用以測量微量物體的質量，進而瞭解精密之電子分析天平的工作原理。

二、預習報告：

A. 電流天平實驗：

1. 請探討在真空(vacuum)或自由空間(free space)中，兩條分別通有電流 I_1 和 I_2 的細長型導線，實驗已證實兩導線之間有作用力存在。
 - (a) 此作用力首先由哪位科學家發現？在電磁學中此作用力有何特別的名稱？
 - (b) 請問此作用力的一般推導公式為何？
 - (c) 若兩導線平行排列，彼此相距 r ，請導出兩導線間作用力的大小和方向，並描繪兩電流導線所有有關之物理量的向量圖。

(d) 估算下列不同情形下，相距 r 距離的兩平行導線間作用力的大小和方向；以及與作用力大小相同之重力所對應的質量為何？

表 1 估算表內各種情形下相距 r 距離的兩平行導線間作用力的大小和方向，和對應之重力值的質量為何。請填滿表中所有空格。

I_1 (A)	I_2 (A)	兩電流方向	兩導線間的距離 r	吸引力/排斥力	作用力 F (N)	相同重力值對應的質量 $M = F/g$ (kg)
10 mA	10 mA	同向	1.0 mm			
			1.0 cm			
			10 cm			
			1.0 m			
1.0 A	1.0 A	反向	1.0 mm			
			1.0 cm			
			10 cm			
			1.0 m			
10.0 A	5.0 A	同向	1.0 mm			
			1.0 m			
1.0 μ A	1.0 μ A	反向	0.1 mm			
			1.0 mm			10^{-3} g
			0.1 mm			10^{-5} g

(e) 你認為一般家用的平行並列的電源導線能承受多大的電流量？兩導線的中心線軸距約為多少？請就您所估計的兩物理量，估計兩導線間的最大作用力為何？你認為此估算是否正確？若不正確，請說明原因？並說明該如和修正。

(f) 你認為一般普物實驗時，電源供應器和實驗器材間所使用的連接導線所能承受的最大電流量為何？

(g) 你認為如何測量此作用力？至少能提供兩位以上的有效位數之測量結果。

2. 為何每次談到此作用力，總會設定下列諸多假設：

(a) 為何選細長型導線？細長的定義為何？導線電流通之橫截面積的長、寬尺度相對導線的長度和兩線間的距離有何關係？

(b) 為何假設導線無限長？

(c) 為何導線平行排列？

3. (a) 請寫出七項國際基本單位之一的電流單位為何？(b) 並詳細說明此單位如何定義。

4. 試著想想看，此現象和作用力可用以做哪些應用？

B. 勞倫茲電磁力實驗：電流與磁場間的作用力

1. 可以說明何謂勞倫茲電磁作用力。

2. 目前市售的永久磁鐵主要分釹鐵硼(Nd₂Fe₁₄B)、釷鈷(Sm-Co)、鋁鎳鈷(AlNiCo)、鐵氧體(FeO)等材料等四類材質所製，請查查這四大類別磁鐵強度的排序為何？

3. 本實驗以釹鐵硼($\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$)所製的超強力永久磁鐵作為本實驗所需的外加磁場，但實驗必須知道磁場的大小，但測量磁場的高斯計價值不菲，請問您有何簡易方法可測量磁場的強度。
4. 通常釹鐵硼($\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$)永久磁鐵塊表面上的磁場大小約為 $B \sim 2500\text{-}3500 \text{ Oe}$ (即 $0.25\text{-}0.35 \text{ T}$)。若取 0.3 T ，對有不同電流(1 A , 5 A , 10 A)流通的導線，當與磁鐵在不同距離(1 mm , 1 cm , 10 cm)下，請估算磁場對導線的最大作用力分別為何？

表 2 估算表內各種情形下磁場對導線的最大作用力。

$I \text{ (A)}$	電流導線與磁鐵間的距離	作用力 $F \text{ (N)}$
10 mA	1.0 mm	
	1.0 cm	
	10 cm	
	1.0 m	
1.0 A	1.0 mm	
	1.0 cm	
	10 cm	
	1.0 m	
10.0 A	1.0 mm	
	1.0 cm	
	10 cm	
	1.0 m	

三、原理：

1. **安培定律**：描述兩條載流導線間相互作用的定律。需先根據安培定律(Ampere's Law)或必歐-沙伐定律(Biot-Savart Law)推導出載流導線與其在周圍空間所產生的磁場關係。

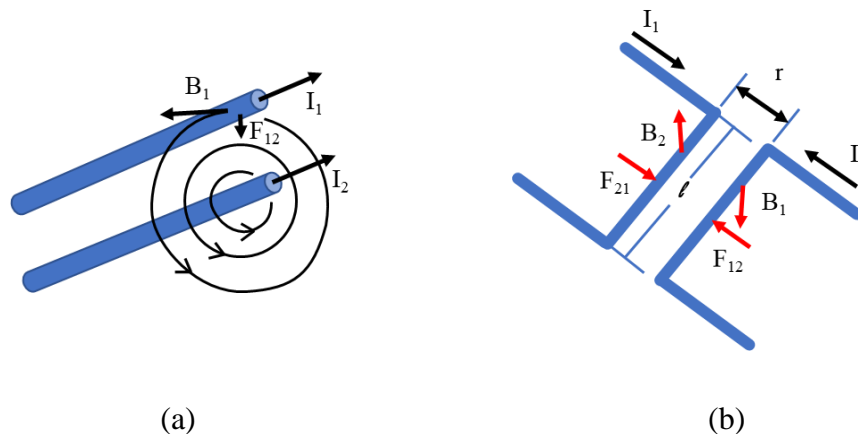


圖 1

- (a) 兩條載流導線以磁場力相互吸引對方。下方導線載有電流 I_1 。這會產生磁場 B_1 。上方導線載有電流 I_2 ，因為處於這磁場 B_1 ，會感受到勞倫茲力 F_{12} 。而上方導線產生的磁場，會使得下方導線感受到大小相等、方向相反的磁場力。
- (b) 勞倫茲力定律，顯示出左方電路的電流 I_1 ，通過磁場 B_1 ，施加作用力 F_{12} 於右方電路 2，反之亦然。

在靜磁學中，兩條載流導線間相互作用的吸引力或排斥力稱為**安培力**，此作用力是因載流導線中的電流所產生的磁場(根據必歐-沙伐定律)，對另一導線內移動電荷的速度耦合作用而產生的勞倫茲力(Lorentz's electromagnetic force)。出生於法國里昂的物理學家安德列-馬里·安培(André-Marie Ampère, 1775 年—1836 年)於 1822 年發現此現象，1826 年推出兩電流導線間之作用力的公式，故稱此現象為**安培定律(Ampère's law)**。

先討論常見的簡單範例：在自由空間內，兩條細直、無限長且相互平行的載流導線，則其中任意一條導線會施加一作用力於另一條導線上，安培計算得每單位長度的作用力 f_m 是

$$\vec{f}_m = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} \hat{r} \quad (1)$$

式中， μ_0 是真空磁導率(permeability of vacuum or free space)，在國際單位制中， $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ ^[1]。 I_1 、 I_2 分別是兩條導線中流動的電流向量， r 是兩條導線之間的垂直距離。假設每一條導線都載有 1A，兩條導線相隔 1 m，則作用於每一條導線的每單位長度的磁力為 $2 \times 10^{-7} \text{ N/m}$ 。

適用一般各種不同型式和方位的兩導線系統，則需用透過雙重線積分來推導作用力^{[2][3][4]}：

$$\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \int_{C_1} \int_{C_2} \frac{d\vec{l}_2 \times (d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12})}{r_{12}^2} \hat{r} ;$$

式中，勞倫茲力 F_{12} 是導線 1 施加於導線 2 的作用力； I_1 和 I_2 分別是導線 1 和導線 2 內流動的電流； C_1 和 C_2 分別是導線 1 和導線 2 的線積分路徑， dl_1 和 dl_2 分別是 C_1 和 C_2 的微小線元素； r_{12} 是從 l_1 指向 l_2 的向量， r_{12} 是其大小， \hat{r} 是其單位向量。

從必歐-沙伐定律(Biot-Savart law)和勞倫茲力定律(Lorentz's force law)推導出安培力定律(Ampere's law)

根據必歐-沙伐定律，導線 1 內流動的電流 I_1 會在導線 2 微小線元素 dl_2 處提供一個 B_1 磁場效應

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \int_{C_1} \frac{d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12}}{r_{12}^2} \hat{r}$$

B_1 磁場和導線 2 中之微小線元素位置 dl_2 內流動的電流 I_2 會產生一勞倫茲作用力，此力遵守如下的勞倫茲力方程式：

$$d\vec{F} = dq(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

式中， dq 是微小電荷； E 是空間中存在的電場，考慮空間中沒有外加的電場存在，故電場等於零。所以，

$$d\vec{F}_{12} = I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1$$

$$\vec{F}_{12} = I_2 \int_{C_1} d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1$$

將磁場的公式帶入，即得

$$\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \int_{C_1} \int_{C_2} \frac{d\vec{l}_2 \times (d\vec{l}_1 \times \hat{r}_{12})}{r_{12}^2} \hat{r}$$

2. 國際單位制中電流單位--安培的定義

在國際單位制中，七個基本物理量中之一---電流物理量的基本單位是安培 A。國際計量委員會於 1946 年決議，1948 年第 9 屆國際計量大會通過定義：「在真空中，截面積可忽略的兩條無限長的平行圓直導線，當相距 1 m，兩導線內通以等量的恒定電流時，若導線間相互作用在每公尺長度上的作用力大小為 2×10^{-7} N/m，則每根導線中的電流為 1 A。」

所以，只要能從實驗中測量出兩平行導線間的交互作用力 F_{12} ，就可以推算出導線內流通的電流量 I_1 和 I_2 的大小；當然事先要知道 I_1 和 I_2 的相對大小，通常會將兩條導線是串聯在一起的，故 $I_1 = I_2$ 。

3. 光槓桿(optical lever)原理—精確測量微量長度的方法

- (1) 器材：僅需反射鏡面、紅光雷射(筆)和足夠長的直尺(視光徑的投射遠近)各一等三項。
- (2) 用途：利用光徑經遠距離投射的放大效應，便可以簡便，但卻有效且精確地量出微小的長度量，或長度變化量。
- (3) 範例：以本實驗為例，兩條平行細長導線，當分別有反向電流流通時，兩導線間會產生微弱的作用力，而使兩導線互相排開一段很微小的距離(毫米級)。擬透過測量該距離隨電流的變化，推導兩導線間作用力與線內所流通之電流量的變化關係式。
- (4) 實驗架設和工作原理說明：見圖 3 的測量示意圖，測量步驟如下述。

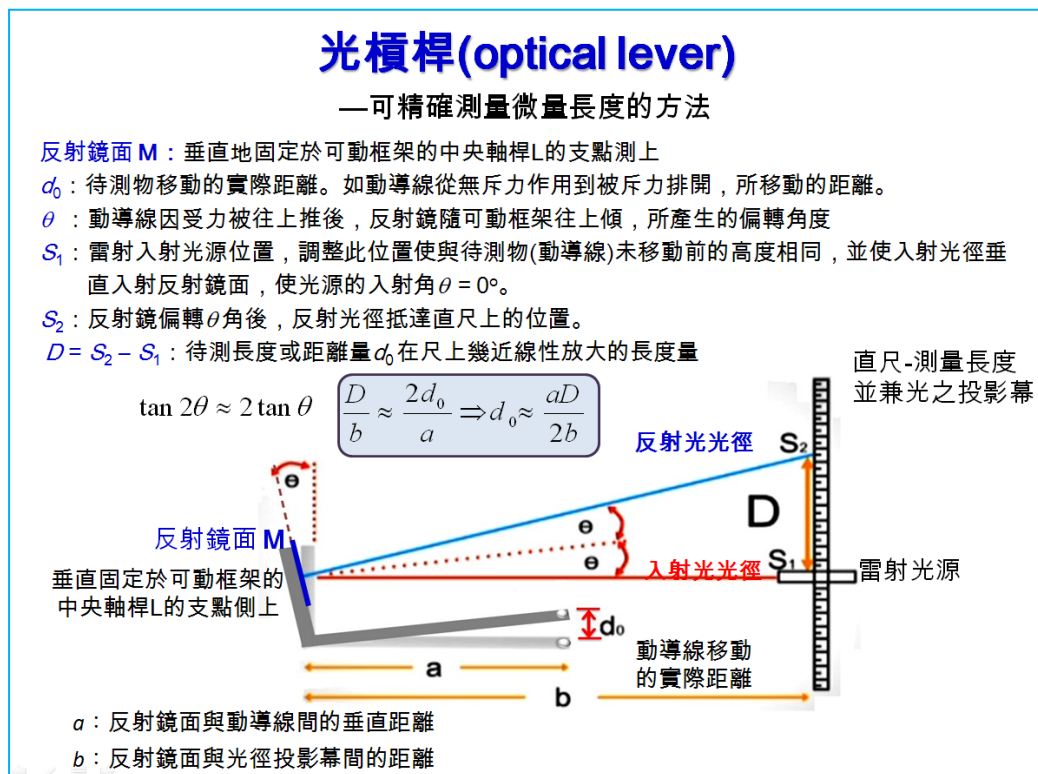


圖 3 以光槓桿法測量兩導線間未通電流和通電流後所產生微小距離變化 d_0 的示意圖。

- (a) 先將反射鏡面 M 垂直地固定於可動框架的中央軸桿 L 的支點測上，參考電流天平的實體照片和結構圖。
- (b) 在靜、動導線均尚未通電流時，使可動框架面幾乎平行於基台座；並使框架上動導線部份以幾乎貼近但「不接觸」的「平行」於靜導線。測量反射鏡與動導線間的垂直距離 a 。
- (c) 如圖所示，將直尺置於距反射鏡約 100-150 公分處的適當位置，使之直立；並記錄下直尺和反射鏡間的距離 b 。
- (d) 調整雷射光源在直尺處的位置，使雷射光源入射光徑垂直於反射鏡面之中心點，即當 $I_1 = I_2 = 0$ 時，入射角 $\theta_0 = 0$ ；故光源的反射光徑應沿原入射方向，反射回到 S_1 的位置。
- (e) 當靜、動導線以串聯方式使電流反向經兩導線內部，此時兩導線間產生互相排斥的作用力，導致動導線隨著整個可動框架以兩刀口支點的連線為旋轉軸，而向上偏轉了 θ 角；反射鏡也隨可動框架往後傾倒，產生了 θ 角的偏轉。
- (f) 此時，光源對反射鏡面的入射角也隨之變為 θ 角，而反射角，如圖所示，和原未通電流時的入射光徑成了 2θ 角。反射光徑投射在直尺 S_2 的位置。
- (g) 精確地記錄下列各項實驗數據，為了提高精確度，可使用望遠鏡協助觀察。

r ：靜、動導線的半徑， $2r$ 是導線的直徑

a ：動導線與反射鏡間的垂直距離。

b ：直尺和反射鏡間的垂直距離。

S_1 ：雷射入射光源位置，調整此位置使與待測物(動導線)未移動前的高度相同，並使入射光徑垂直入射反射鏡面，使光源的入射角 $\theta = 0^\circ$ 。

S_2 ：反射鏡偏轉 θ 角後，反射光徑抵達直尺上的位置。

$D = S_2 - S_1$ ：待測長度或距離量 d_0 在尺上幾近線性放大的長度量

(θ ：兩導線間產生互相排斥的作用力，導致動導線隨著整個可動框架以兩刀口支點的連線為旋轉軸，而向上偏轉的角度。)

- (h) 根據下列公式，可獲得動導線與靜導線間的排斥作用，所造成的位移變化。

$$d = 2r + d_0 = 2r + \frac{aD}{2b} \quad (2)$$

式中 d_0 是動導線從無斥力作用到被斥力排開，所移動的距離。

公式推導：

假設兩條導線靠緊時，標尺上刻度 S_1 的光線經鏡面反射到望遠鏡內(這時應看到 S_1 在望遠鏡十字標記的交點)。當動導線上昇距離為 d_0 時，鏡面傾斜了一個角度 θ ；因此入射光線必須從上方以角度 2θ 方向射入，才能反射到望遠鏡內為我們所見(這時我們看到 S_2 在十字標記的交點)。

若 θ 角度很小時，由三角函數的幾何近似關係可以得到：

$$\tan 2\theta \approx 2 \tan \theta$$

即

$$\frac{D}{b} \approx \frac{2d_0}{a} \Rightarrow d_0 \approx \frac{aD}{2b}$$

因此兩條導線中心之間的距離為：

$$d = 2r + d_0 = 2r + \frac{aD}{2b} \quad (3)$$

上式中的 $2r$ 是導線的直徑，可以直接用游標尺測量。要注意的是：光線的仰角小時，上面的近似法才精確，因此測量之前應先把望遠鏡降到和反射鏡同一水平面，同時調節反射鏡的仰角，使望遠鏡附近的刻度在十字標記中央出現。如此可以保證入射線和反射線接近水平。

4. 運動中的荷電體與磁場間的作用力

考慮在無電場的作用下 ($E = 0$)，運動中的荷電體於磁場中會受一作用力，此力稱為勞倫茲力 (Lorentz force)。實驗證實作用力 \vec{F} 的大小與荷電體所荷的電量 q 、磁場強度 \vec{B} 、運動速度 \vec{v} 在垂直於 \vec{B} 方向的速度等物理量均成正比。作用力的方向則恆與電荷的運動速度 \vec{v} 的方向和磁場 \vec{B} 的方向互相垂直，如圖4所示。此作用力 \vec{F} 的關係表示如下：

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (4)$$

使用SI單位制時，式中 \vec{F} 的單位為N (牛頓)，電量 q 以C (庫倫) 為單位，速度的單位為m/s (公尺/秒)，磁場則以T (tesla, 特斯拉) 為單位。

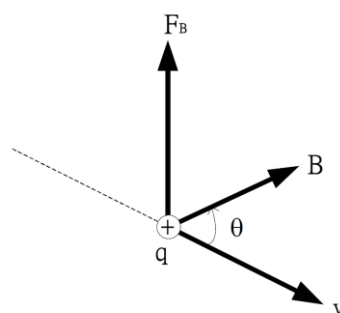


圖4 帶電荷 q 之質點以 \vec{v} 的速度在磁場 \vec{B} 中所受之作用力 \vec{F} 的相關示意圖

5. 磁場B的單位[1]

在國際單位制中， B 場的單位為特斯拉 (tesla, 簡寫為 T)，相當於韋伯/平方米 (weber/m²)，或伏特·秒/平方米 (V·s/m²)。在 CGS 單位制裡， B 場的單位為高斯 (gauss, 簡寫為 G)。1 特斯拉等於 10,000 高斯 (1 T = 10⁴ G)。根據公式(1)，又磁場的 SI 單位 1 T = 1 (N/C)(m/s) = 1 N/(A·s) [= (牛頓/庫倫) (秒/米) = 1 牛頓/(安培×米)]。對一般常用的磁場強度而言，T 是一個頗大的磁場單位，因一般人所接觸的磁場大小往往小於此數量級，故一般以 G (gauss) 作為習慣的磁場單位，1 T = 10000 G。

在國際單位制裡， H 場的單位為安培/公尺 (A/m)；在 CGS 單位制裡， H 場的單位為奧斯特 (oersted, 簡寫為 Oe)。1 奧斯特定義為 1000/4π ≈ 79.5774715 A/m。[2]

目前最精密的儀器能夠測量到的最小磁場的數量級為 10^{-18} T [3]；實驗室內能夠製造的最高磁場為 2800T [4]。用以測量局域磁場或磁性信號的儀器稱為磁場強度測量計(簡稱磁強計)，或稱為磁化儀(magnetometer)，依工作原理不同可分為很多類，較常用且重要的幾類有：

- (1)應用霍爾效應的磁強計，又稱高斯計(Gaussmeter)
- (2)超導量子干涉磁化儀(SQUID magnetometer)
- (3)核子共振磁化儀(NMR magnetometer)
- (4)磁通閘磁強計(fluxgate magnetometer)

這些磁性測量計均價格不菲。是否有其他簡易的方法可以測量磁場的強度？

6. 載流導線在磁場中所受的作用力

因電流是由一群流動的帶電粒子所形成的巨觀效應，故載流導線在磁場中所感受到的磁作用力，可視為這群移動的帶電粒子所感受到的總淨磁力。載流導線於磁場中會感受到一股垂直於導線之切線方向和磁場方向的側向力，如圖 5 所示。

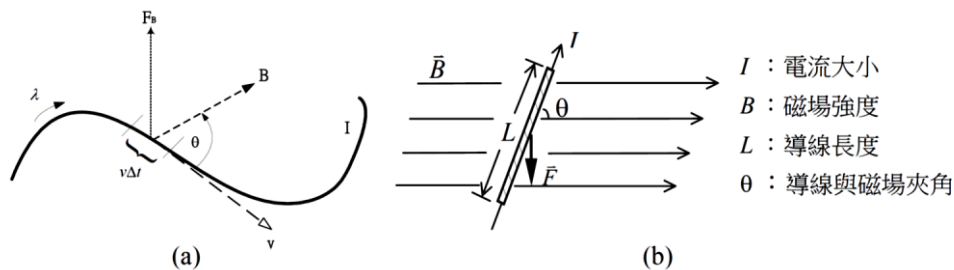


圖 5 載流導線在磁場中的受力圖

假設電場為零時，如前所述移動速度為 v 的電荷 q 在磁場中所受的勞倫茲力如公式(4)所示，對線電荷密度為 λ 的載流導線而言，在磁場中所受的總勞倫茲力則為

$$\vec{F} = \int_C \vec{v} \times \vec{B} dq = \int_C \vec{v} \times \vec{B} \lambda dl = \int_C \vec{I} \times \vec{B} dl \quad (5)$$

式中，積分符號下方的 C 為積分路徑， $\vec{I} = \lambda\vec{v}$ 是電流向量。若導線中的電流是穩定電流，可以將電流從積分內提出，用微小線元素向量 $d\vec{l}$ 表示電流的方向。則載流導線於外磁場中的所受的總勞倫茲磁作用力為

$$\vec{F} = I \int_C d\vec{l} \times \vec{B} \quad (6)$$

此公式和必歐-沙伐定律(Biot-Savart Law)，就可以推導出安培力定律。若進一步假設磁場是均勻磁場，且積分路徑是垂直於磁場的直線，則公式(6)的勞倫茲作用力可進一步簡化為

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B} = ILB\sin\theta \quad (7)$$

式中， L 是積分路徑 C 在磁場中的的長度， θ 是載流導線的切線方向和磁場方向之間的夾角。

7. 勞倫茲作用力的方向

可以如圖 6 所示的兩種右手定則決定勞倫茲作用力的方向。如圖 6(b)所示，作用於電流或移動中的正電荷的磁力的方向可以由右手定則來決定。使用右手，將大拇指朝著電流方向指去，再將其它四根手指朝著磁場方向指去，則掌心所面對的方向就是磁力的方向。

由於正電荷移動的方向相反於負電荷移動的方向，但都會形成同樣方向的電流，只靠測量產生的磁場，並不能分辨出到底是正電荷在移動還是負電荷在以相反方向移動。若想要分辨出電荷載子的種類，可應用霍爾效應(Hall effect)。必須施加外磁場垂直於電荷移動方向，以使電荷因感受到勞倫茲力而偏向一邊，進而測量兩邊之間的電壓，就可以偵測出到底是哪種電荷在移動。

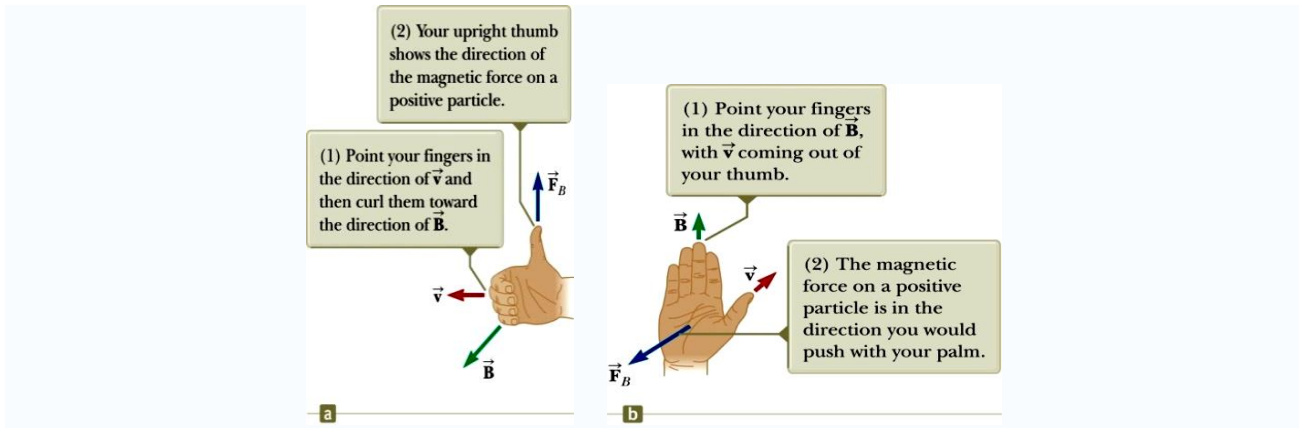


圖 6 兩種右手定則的示意圖，可決定載流導線在磁場中所受之作用力的方向。

右手定則二：如圖 6(b)所示使用右手，將大拇指朝著電流方向指去，再將其它四根手指朝著磁場方向指去，則掌心所面對的方向就是勞倫茲磁作用力的方向。

8. 磁場大小的測量方法

先將一可產生近似均勻磁場的磁鐵組置於精準度足夠的電子秤(質量的精確度至少可達 0.02g)上，秤得磁鐵組的總質量。再將電流迴路板上可通電流的均勻導線段置於磁鐵內，當導線接通電流後，此電流迴路就會受到一向上或向下的勞倫茲作用力 \vec{F} 作用，根據作用力與反作用力大小相等、方向相反的原理，電子秤上的磁鐵組亦同時會受到與 \vec{F} 大小相同之向上或向下的作用力；因此，電子秤上的讀數起了變化。由所秤得的質量變化量可得知導線受力 \vec{F} 的大小和方向。再經由(7)式，便可簡單地估算出磁場的大小。

$$B = \frac{F}{IL \sin \theta} \quad (8)$$

四、實驗步驟

注意：實驗 A 電流天平與實驗 B 勞倫茲力實驗使用不同的電源供應器（電流天平為高電流源），請勿混用。

實驗 A：電流天平—兩電流導線間的作用力

電流天平裝置:低電壓大電流直流電源, 電流計, 粗電線 5 條, 50 mg 砝碼 5 個(也可以小紙片替代), 砝碼夾, 細銅絲, 雷射或雷射筆, 光學平台, 長尺, 游標尺及三角架, 精密天平(共用儀器)。如圖 7(a)所示器材。

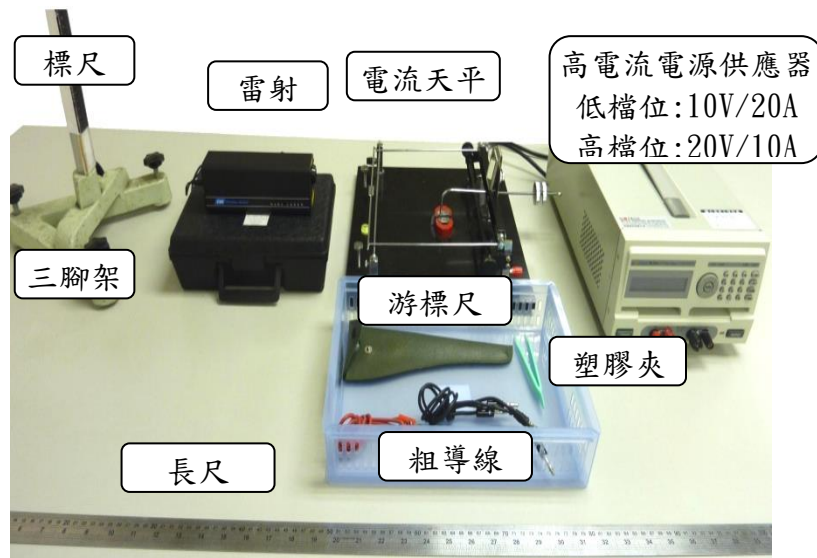


圖 7(a) 實驗一 電流天平實驗之儀器

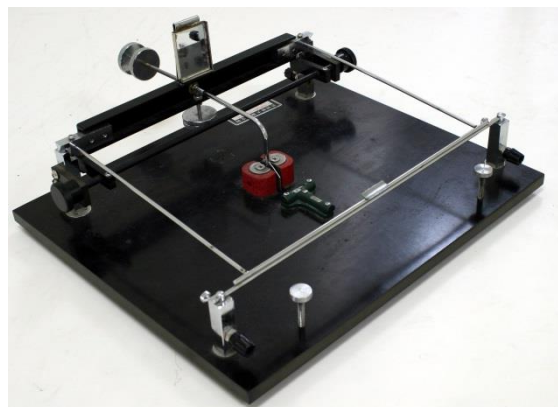
注意一：電流天平實驗會使用到大電流量，易有觸電傷亡的高度危險，故實驗中務必隨時注意通入電流時，避免接觸導線，引發觸電的危險。

注意二：當有較大力道作用於電流天平裝置時，應先利用“刀口昇降鈕”，使刀口和刀口座分離，以避免電流天平的兩安置點和刀口座產生磨損，進而影響實驗結果的精確度。要把刀口降回刀口座時，也應小心輕放。

注意三：因電流天平的動導線很敏感，故實驗過程中建議宜關掉冷氣機，且避免有人接觸桌面。

1. 先熟悉電流天平的結構和使用方法

電流天平裝置的結構如圖 8 所示。此裝置雖用途不在建立電流單位的測量標準，而是在觀察兩導線間的作用力，但卻是一組精密的儀器，故使用時務必善加珍惜。



電流天平(current balance)的結構圖和實體圖

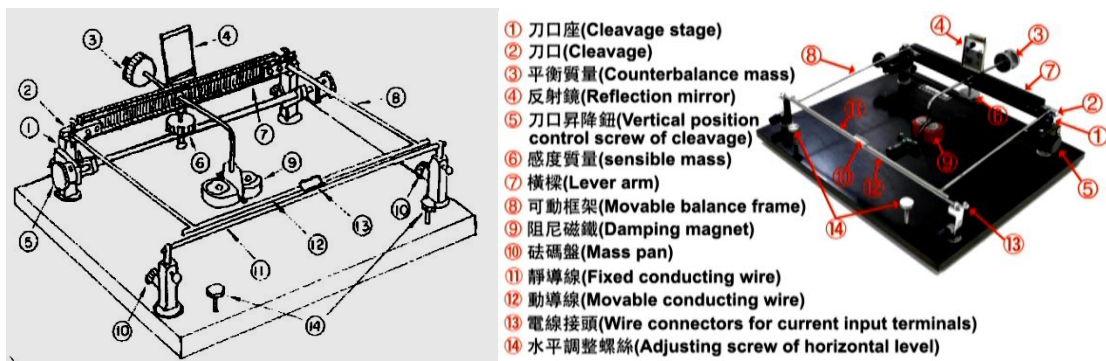


圖 8 電流天平裝置的實體照。實驗中會使用到高電流，請注意觸電的危險，並保護儀器。

- (1) 刀口座(Cleavage stage)
- (2) 刀口(Cleavage)
- (3) 平衡質量(Counterbalance mass)
- (4) 反射鏡(Reflection mirror)
- (5) 刀口昇降鈕(Vertical position control screw of cleavage)
- (6) 感度質量(sensible mass)
- (7) 橫樑(Lever arm)
- (8) 可動框架(Movable balance frame)
- (9) 阻尼磁鐵(Damping magnet)
- (10) 電線接頭(Wire connectors for current input terminals)：位於固定靜導線的兩支架上
- (11) 靜導線(Fixed conducting wire)
- (12) 動導線(Movable conducting wire)
- (13) 砝碼盤(Mass pan)
- (14) 水平調整螺絲(Adjusting screw of horizontal level)

主要結構是含有(a)固定導線的基座和(b)包含可動導線的可動框架^⑧兩大部份。

- (1) 以“刀口”^②將可動框架^⑧支持於“刀口座”^①上，可以刀口座為支點，以使整個框架可以自由擺動。
- (2) “靜導線”^⑪和“動導線”^⑫：互相作用的兩條平行的導線位於裝置的前端(實體照片右前側的兩銀色金屬棒)，其中一條固定在此裝置底座的前端上，稱為“靜導線”^⑪；另一條是“可動框架”^⑧的一部份，稱為“動導線”^⑫。

當靜導線和動導線通以方向相反的電流時，兩條導線間會產生排斥力，使可動框架及附於其前側橫樑上的動導線因排斥力而往上傾斜。

- (3) 小型“砝碼盤”^⑩：設於動導線的中間，可置放微量砝碼，利用砝碼所產生的重力平衡動導線被往上推的排斥力，而使動導線回到導線未通電流時的原位。此時因砝碼的重力等於兩導線之間的排斥力，故透過計算砝碼的總質量，便可得知兩導線間的作用力大小，再經由(1)式即可推算出導線內電流的大小。
- (4) “平衡質量”^③的功能：兩導線之間因排斥力所產生的距離，視可動框架^⑧的傾斜情形而定，可動框架的傾斜度可由“平衡質量”^③距離可動框架之支點的位置來調節。

(a) 將平衡質量往前移，會使可動框架往下傾斜，而減少兩導線之間的距離。

(b) 將平衡質量往後移，會使可動框架往上傾斜而增加兩導線間的距離。

細心調節平衡質量，可以將兩條導線維持在想要的距離。

(5) “感度質量”⑥的功能：位於“橫樑”⑦正中央下方，主要用來調節可動框架的感度。所謂感度，是指使可動框架傾斜角度會隨動導線所受之排斥力變動而敏感地變化。

(a) 感度質量⑥上移：會使框架的質心上昇到較接近刀口的高度，因而使感度變小，即框架的擺動角度隨導線間之作用力變化的靈敏度降低。

(b) 感度質量⑥下移：則反之會使感度變大，即變得較靈敏。

若欲獲得精準的實驗結果，當然需要高的靈敏度；但框架太靈敏時，會使平衡調節變得很困難。故感度質量的調整建議如下：

(a) 剛開始作平衡調節時，應使感度質量下降些，以免框架太靈敏。

(b) 等到平衡調好後，再將感度質量上昇些，以提高靈敏度。

(c) 但要注意的是：調節感度後，平衡質量③的位置會有些變化，因此必須重新調節平衡質量③的位置。

(d) 必須「反覆」調節「平衡質量」和「感度質量」使能達到最佳的實驗條件。一般調節到兩導線距離約 2 mm，框架擺動週期約 2 sec 的程度即可。

另也必需注意下列事項：

(a) 刀口座①和刀口②的表面若有磨損，而變得凹凸不平；則框架擺動會受到阻力而造成很大的實驗誤差。

(b) 因此，當要施較大的力於框架時，應先利用“刀口昇降鈕”⑤使刀口上昇，以盡量避免刀口和刀口座互相磨擦。將刀口降回刀口座時，也要小心輕放，以免互撞。

(c) 故當刀口昇降後，因為和刀口座的接觸點改變，動導線的平衡位置會稍微改變。因此，所有調節完成後，在取數據的時段裡，儘量不要動刀口。

(d) 加砝碼時，以夾子輕輕放下；

(e) 拿掉砝碼時，可以用細銅絲輕輕撥落，以免改變刀口位置。

(6) “**阻尼磁鐵**”⑨：位於磁鐵兩極之間的鋁片連接在橫樑上，當可動框架擺動時，鋁片在磁場中運動，鋁片上會因磁場對其所產生的磁通量變化，而形成渦電流。渦電流會消耗可動框架的搖擺動能，進而使之擺動的振幅可以大幅衰減，而使之較快靜止下來。

(7) “**反射鏡**”④：位於橫樑中央上方一面直立的鏡面，框架傾斜時，反射鏡的法線方向也跟著傾斜，使照在該鏡面上的反射光線方向也隨之改變，透過將反射光線投射到較遠處的螢幕或牆面上，可以量出兩條導線間距離的微小變化，這種方法所用的裝置稱為“光槓桿”(optical lever)。此裝置的使用請另見詳細說明。

(8) “**光槓桿**”(optical lever)：量取兩條導線之間的距離時，光線的路徑如圖 9 所示。為了提高精確度，將距離 b 拉長。假設兩條導線靠緊時，標尺上刻度 S_1 的光線經鏡面反射回 Laser (在 Laser 出口邊緣即可，不要射入 Laser 內部)。當動導線上昇距離為 d_0 時，

鏡面傾斜了一個角度 θ ，因此入射光線必須從上方以角度 2θ 方向射入，才能反射到望遠鏡內為我們所見(這時我們看到 S_2 在十字標記的交點)。

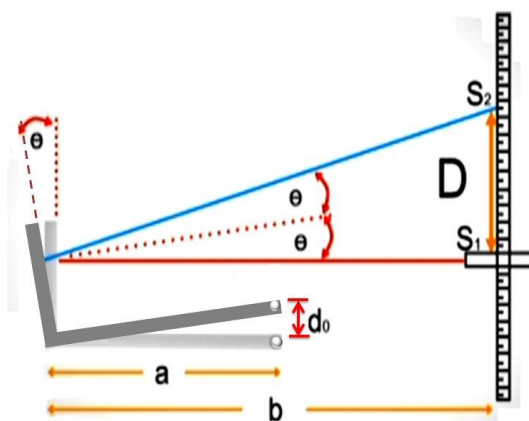


圖 9 利用光槓桿測量電流天平中兩導線間的距離，圖中 a 為導線到刀口的距離， b 為鏡片到尺的距離， d_0 為兩導線的間隔。

若角度 θ 很小，由幾何關係可以得到：

$$\tan 2\theta \approx 2 \tan \theta$$

即

$$\frac{D}{b} \approx \frac{2d_0}{a} \Rightarrow d_0 \approx \frac{aD}{2b} \quad (9)$$

因此兩條導線中心之間的距離為：

$$d = 2r + d_0 = 2r + \frac{aD}{2b} \quad (10)$$

上式中的 $2r$ 是導線的直徑，可以直接用游標尺測量。要注意的是：光線的仰角小時，上面的近似法才精確，因此測量之前應先把望遠鏡降到和反射鏡同一水平面，同時調節反射鏡的仰角，使望遠鏡附近的刻度在十字標記中央出現。如此可以保證入射線和反射線接近水平。

動導線除了受到靜導線的作用力之外，還受到地磁的作用力。靜導線給它的作用力和 I^2 成正比，地磁給它的作用和 I 成正比，因此地磁的干擾在小電流時較嚴重。使導線和地磁方向平行可以避免這種干擾，但通常空間有限時，不容易如此安排。最方便的方法是量取電流讀數後，將電流反向再量取一次讀數，這兩個讀數的平均值接近沒有地磁干擾時的讀數。

除了地磁之外任何載電流導線或磁性材料的磁場對動導線也有作用力，因此，做實驗時電線和儀表應儘量遠離電流天平(幸好這些物體產生的磁場強度和範圍都不大，因此其影響應可減至最低程度)。

2. 將雷射光源置於距電流天平約 1.5 m 處，調整雷射光源使電流天平上的反射鏡和雷射光在同一水平高度。
3. 調節電流天平的“水平螺絲”^⑭(圖 8，以下同)使底座成水平。
4. 小心調節“可動框架”^⑧的位置，使“動導線”^⑫和“靜導線”^⑪平行對齊。

5. 調節“平衡質量”^③，使動導線和靜導線相隔約 2 mm。
 - (a) 若調節平衡有困難，可以調降“感度質量”^⑥的位置，以降低靈敏度。
 - (b) 待達平衡後，再把將感度質量的位置調高，以調高裝置的靈敏度。
 - (c) 調過感度後，平衡位置會發生改變，因此必須重新調節平衡。
 - (d) 最好反覆調節平衡質量和感度質量的位置。
 直到兩導線相隔約 2 mm，同時可動框架的擺動週期約為 2 秒。
6. 若使用雷射光，調整雷射光方向，使之對準電流天平的反射鏡，並使反射光投射到標/直尺上。
7. 如圖 10 所示，以耐高電流的粗電線將電流供應器的輸出電流連接至電流天平上的香蕉座上，使動導線和靜導線串聯起來，並使流經兩導線的電流大小相等，但方向相反。並且使直流電源供應器盡量遠離電流天平裝置，以避免來自電源供應器內的磁場干擾。

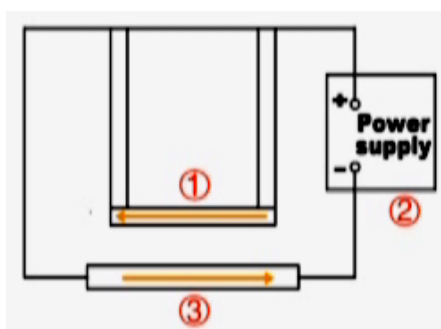


圖 10 電流天平的導線連接圖：①動導線②電源③靜導線

8. 等待電流天平靜止，讀取標尺上雷射光點所在位置的刻度。
9. 在砝碼盤上加一片 50 mg 的砝碼片(或紙片)，使用 **塑膠夾子** 夾取砝碼時，應用輕輕放下。
10. 通上電流，並逐漸調高電流使雷射光點回到原刻度，電流量宜從最小值慢慢增加。輸出電源必須選用定電流方式操作(**把電壓調節鈕順時針轉到標 C.C. 的紅燈亮即可**)。
11. 依次添加砝碼至 100 mg，150 mg，200 mg，250 mg 等不同質量，並依次分別量取使刻度回到原處所需的電流量。並記錄下，不同砝碼質量時，所用的電流量。
12. 將電流降回到零，再將電線反接。依次量取當砝碼分別為 250 mg，200 mg，150 mg，100 mg 及 50 mg 時，使雷射光點回到原處所需的電流。減少砝碼時宜用細銅絲輕輕撥落，以免動作太大、太用力，導致刀口移動。記錄不同砝碼質量時，所用的電流量。
13. **將電流降回到零，剩下 50 mg 砝碼會使動導線下降和靜導線密合。讀取這時標尺上雷射光點所在位置的刻度，這個刻度和原來刻度的差就是 D 。**
14. 以直尺量反射鏡到標尺的距離 b ，刀口到動導線中央的距離 a ，以及動導線的長度 l ；以游標尺量導線的直徑 $2r$ 。由這些數據根據式(3)計算兩導線中心之間的距離 d 。
15. 由(1)式，令 $I_1=I_2=I$ ，計算砝碼為 50 mg，100 mg，150 mg，200 mg 及 250 mg 時，使電流天平維持平衡所需的電流。將這個計算值和實驗量得的值作比較，並畫出 F 與 I^2 的關係圖。注意：實驗值應取電流兩個流向情況的平均值以減少地磁的影響。

$$\text{單位長度的作用力 } \vec{f}_m: \quad \vec{f}_m = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} \hat{r}$$

式中， μ_0 是真空磁導率(permeability of vacuum or free space)，在國際單位制中， $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$ 。 I_1 、 I_2 分別是兩條導線中流動的電流向量， r 是兩條導線之間的垂直距離。

16. 稍微改變平衡質量的位置，使 d 改變，重覆步驟 5~16。

實驗 B：勞倫茲電磁力實驗

勞倫茲力實驗裝置：低電流直流電源供應器、印有不同導線長度的電流迴路板 9 個、電流迴路板支架、磁鐵座，8 個馬蹄型磁鐵、電子天平、數位三用電表(用以量測流經電流迴路板上之導線內的電流值)、腳架，游標尺、氣泡水平儀和電線 4 條。如圖 7(b)所示。



圖 7(b) 實驗二 勞倫茲力實驗之儀器

實驗前準備

1. 調整電子秤的水平，使位於電子秤之數位面板左側的水平儀內的氣泡移到中央位置。
2. 檢查磁鐵座內的 8 個馬蹄形磁鐵的磁極方向，確認相同磁極要吸附在同一側鐵板上。
3. 將磁鐵座「輕輕地」置放到電子秤的秤盤上。
4. 選擇一片電流迴路板，先以直尺或游標尺測量電流迴路板上的導線長度 L 。
5. 如圖 11 所示，將電流迴路板插入電流迴路支架前端，並將電流迴路板支架套在腳架上。利用三條電線將三用電表、電流迴路支架以及電源供應器串聯成一電流迴路，並將三用電表切換到 10 A 的直流電流測量檔位。
6. 調整電流迴路支架的水平。請以書本或紙張墊於支架的三隻腳下，調整支架的水平。
7. 調整電流迴路板的高度和位置，使迴路板下面的導線位在磁鐵座中間溝渠約一半的深度。
注意：電流迴路板必須盡量和磁鐵座上的紅白色長條鐵板平行，並且不可接觸到磁鐵座。若未平行的話，請問對實驗數據和結果會有何影響？

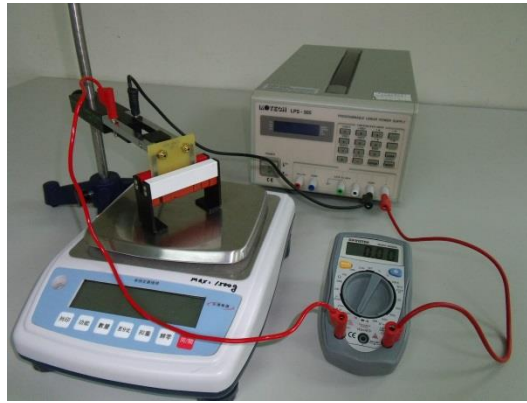


圖 11 實驗二之實驗器材架設圖

(1) 流經導線的電流 I 與導線受力 F 間的關係

1. 開啟電子秤電源，此時電子秤上面的讀數應為 0。如果不是 0，可按電子秤上「歸零」或是「扣重」的按鈕，使電子秤的質量讀數歸零。並選用測量精度為 0.02 克的檔位。
2. 開啟電源供應器電源，設定電流輸出為 0.5 A，紀錄電流流經數位三用電表時，所測量到的電流值，並記錄此時電子秤的讀數。

請思考並回答下列問題：

- (a) 電子秤所得的數值表示什麼物理量和物理意義？
 - (b) 當電子秤所得的數值為正或為負時，分別表示什麼物理意義？請以文字和圖示說明之。
 - (c) 電源供應器輸出電流時，其電流輸出指示器所顯示的電流量和數位三用電表所測得的電流量是否接近？若差異很大請找出原因或說明緣由。
3. 增加直流電源供應器的輸出電流，重複前一實驗步驟，測量並記錄流經電路迴路板的電流值 I 及電子秤所得的讀數。
 4. 逐漸增加電流量，至少改變 8 次不同的電流量，重複 2 或 3 的步驟，建議每次電流增加量約 0.3 A。注意：輸出的電流量不得高過 5 A，以免燒毀電路迴路板。
 5. 將所得的數據組作表及繪製關係變化圖，詳細說明所得的結果。
 6. (a) 請說明如何利用所得的數據估算磁鐵座對導線所提供的磁場強度，(b) 並估算出磁場強度。(c) 比較此計算所得的磁場強度，和以高斯計測得的磁場強度有何異同。(d) 若有不同，請說明原因。

(2) 在磁場中的導線長度 L 與其受力 F 的關係

1. 選擇另一電流迴路板，測量迴路板下方導線的長度 L ，仍如圖 11 所示架設實驗器材。
2. 設定電源供應器的輸出電流 I 約為 2A，記錄此時電子秤的讀數。
3. 改用其他電流迴路板(共 9 片)，重複實驗步驟 1 和 2。
4. 將 9 片電流迴路板所得的九組實驗測量所得的數據作表及作圖。
5. 解釋實驗結果並說明所得之關係圖的物理意義。
6. (a) 說明如何利用所得數據估算磁鐵座對導線所提供的磁場強度，(b) 並估算出磁場強度。

(3)導線受力 F 與外加磁場強度 B 的關係

1. 選擇一電流迴路板，以測量電流迴路板下方導線長度 L ，如圖 11 所示架設實驗器材。
2. 以高斯計量取磁鐵座溝渠中間之磁場強度 B 。
3. 設定電源供應器的電流 I 為 2A，記錄此時電子秤的讀數。
4. 經由調整磁鐵座上所使用的 U-型小磁鐵的數目，改變磁場大小，重複步驟 2、3，至少 5 組不同磁場大小。
5. 將所得的 5 組實驗測量所得的數據作表及作圖。
6. 解釋實驗結果並說明所得之關係圖的物理意義。

六、問題

1. 將直流電源改成交流電源，仍然可以做此實驗，而且可以避免地磁的干擾，請解釋之。這時電流應取均方根值：為什麼？
2. 動導線比靜導線短的用意何在？
3. 載流導線本身亦會在其周圍空間產生磁場，此磁場是否會對載流導線也產生作用力？為什麼？
4. 由實驗二之(2)與(3)所得之隨導線中流經的電流量 I 和導線長度 L 的變化關係圖，可經由線性迴歸分析，獲得迴歸線的斜率，並藉此斜率值，可估算出磁鐵座對導線所提供的磁場強度。請問與高斯計測得的磁場強度相比較，有何差異？請探討結果不同的原因。
5. 在做導線受力 F 和外加磁場 B 的變化關係實驗中：
 - (a)比較導線長度最長與最短的電流迴路板，對本實驗兩者各有何優點與缺點？
 - (b)如果電路迴路板無法適當地水平放置於磁鐵中，則對實驗結果會為何影響？
6. 依本實驗所使用的設備器材，請列出可能造成實驗誤差的原因有那些？

七、參考資料：

1. Halliday & Resnick: Fundamentals of Physics, 8th ed., Chapter 28-8
2. Barry N. Taylor & Ambler Thompson Ed., The International System of Units (SI), Gaithersburg, MD: National Institute of Standards and Technology. 2008: 37 [18 June 2008]
3. 引力偵測器 B 的超導量子干涉儀精確度：Gravity Probe B, Examining Einstein's Spacetime with Gyroscopes, An Educator's Guide: p. 27
4. 位於俄國，薩羅夫的俄國聯邦核子中心(Russian Federal Nuclear Center)的泛俄實驗物理研究院 (All-Russian Research Institute of Experimental Physics) 得到的實驗結果：With record magnetic fields to the 21st Century, IEEE Xplore